



**PROGRAMA DE ENGENHARIA DE
TRANSPORTE
PET/COPPE/UFRJ**



CURSO: Doutorado em Engenharia de Transporte	ADMISSÃO: 2019/2
ATIVIDADE: Prova Escrita parte integrante do PROCESSO SELETIVO DE INGRESSO NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES DA COPPE/UFRJ PARA 2019.	DATA: __/__/2019 Início: 09:00 hs Término: ____:____ hs

NOME DO CANDIDATO:	PONTUAÇÃO TOTAL:
ÁREA:	

INSTRUÇÕES E AVISOS:

1. Preencha o cabeçalho informando o seu nome (em todas as páginas) e a área do programa para a qual está concorrendo.
2. A interpretação das questões é atribuição EXCLUSIVA do candidato.
3. Responda o que foi solicitado de forma clara, direta, objetiva e completa, evitando divagações.
4. As questões devem ser respondidas em português.
5. A prova possui 05 (cinco) questões para responder.
6. Serão considerados os seguintes critérios para a correção: Organização dos parágrafos, Concatenação de ideias, Clareza, Coesão e Coerência, Vocabulário/Interpretação, Gramática, Ortografia e pontuação.
7. Utilize o espaço destinado à resposta em cada questão para as suas respostas. Se necessário, use o verso da folha.
8. O tempo de duração desta prova é de três (3) horas.
9. Para realização da prova, os candidatos devem portar lápis, caneta azul e borracha.
10. Não é permitido o uso de dicionários, calculadoras e o porte de aparelhos telefônicos celulares e/ou qualquer dispositivo eletrônico.
11. Ao concluir a prova, anote a hora de término no cabeçalho da prova.

NOME DO CANDIDATO:

Please read the paper “Evaluating rail transit benefits: A comment” and answer the questions.

Questões de 1 a 5

Summarize the problem highlighted in the paper.

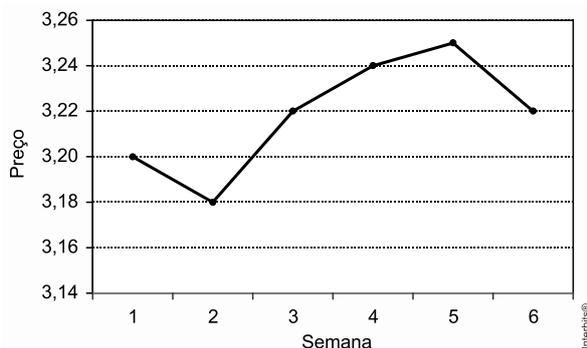
Resposta:

Nesta questão são avaliados os seguintes quesitos:

- Organização dos parágrafos
- Concatenação de ideias
- Clareza
- Coesão e Coerência
- Vocabulário/Interpretação
- Gramática
- Ortografia e pontuação

MATEMÁTICA (5 pontos)

1. As ações de uma empresa variaram semanalmente conforme os dados da figura a seguir.



De acordo com os dados apresentados, o período de maior variação ocorreu entre quais semanas?

Variação: considerando que a distância entre duas linhas horizontais é de 0,02, podemos escrever que as variações em cada um dos intervalos são:

Entre 1 e 2: $-0,02$

Entre 2 e 3: $+0,04$

Entre 3 e 4: $+0,02$

Entre 4 e 5: menor que 0,02

Entre 5 e 6: menor que $-0,02$ e maior que $-0,04$

Portanto, a maior variação ocorreu entre as semanas 2 e 3.

2. Na tabela a seguir estão relacionados os salários de todos os funcionários das classes A, B e C de uma empresa cuja média salarial é R\$ 1.680,00.

Classes	Salários	Quantidade de funcionários
A	900 – 1.500	20
B	1.500 – 2.100	x
C	2.100 – 2.700	10

Se a mediana para a distribuição de frequências obtida acima é m , então qual é a soma dos algarismos de m ?

Considere a tabela.

Classes	Salários	f_i	x_i	$x_i \cdot f_i$
A	900 – 1500	20	1200	24000
B	1500 – 2100	x	1800	1800x
C	2100 – 2700	10	2400	24000
		$\sum f_i = 30 + x$		$\sum_{i=A}^C x_i \cdot f_i = 48000 + 1800x$

Se a média salarial é R\$ 1.680,00, então

$$\frac{\sum_{i=A}^C x_i \cdot f_i}{n} = 1680 \Leftrightarrow \frac{48000 + 1800x}{30 + x} = 1680$$

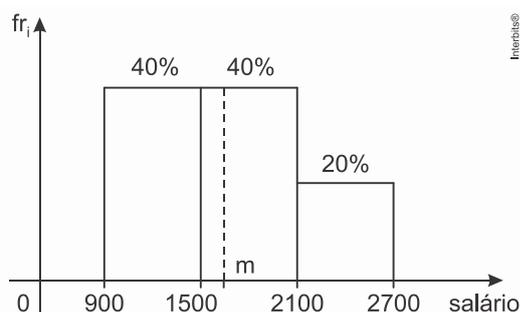
$$\Leftrightarrow 1680x + 50400 = 48000 + 1800x$$

$$\Leftrightarrow x = 20.$$

Daí, segue que as frequências relativas das classes A, B e C são, respectivamente, iguais a $\frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\%$,

$$\frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\% \text{ e } \frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%.$$

Considere agora o histograma abaixo.

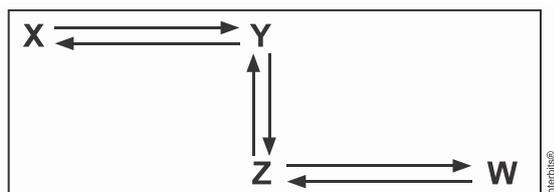


Como os retângulos contidos na classe B possuem a mesma altura, temos

$$\frac{m - 1500}{50\% - 40\%} = \frac{2100 - 1500}{40\%} \Leftrightarrow m = 1650.$$

Em consequência, vem $1 + 6 + 5 + 0 = 12$, que é o resultado pedido.

3. As cidades X, Y, Z e W, de diferentes portes e situadas numa mesma região, se comunicam exclusivamente por transporte fluvial. No diagrama abaixo, as setas indicam quais cidades se comunicam diretamente com outra. Há, por exemplo, linhas de transporte regular entre X e Y, nos dois sentidos.



A secretaria de transportes da cidade X decidiu representar essa situação numa matriz de acessibilidade (0 ou 1) $M_{4 \times 4}$. Supondo que as linhas e colunas de M representem as cidades em ordem alfabética, qual a representação matricial mais adequada?

Vamos considerar elemento 1 quando as cidades se interligam diretamente, elemento zero quando duas cidades distintas não se interligam e elemento zero quando considerarmos a mesma cidade duas vezes. Temos, então, a matriz.

	W	X	Y	Z
W	0	0	0	1
X	0	0	1	0
Y	0	1	0	1

Z	1	0	1	0
---	---	---	---	---

4. Dentre todos os terrenos de formato retangular de 100 m^2 de área, qual o valor da diagonal do que possui menor perímetro?



Considerando o retângulo da figura com perímetro $P = 2x + 2y$ e área $x \cdot y = 100$, temos a seguinte função:

$$P(x) = 2x + 200/x, \text{ como primeira derivada } P'(x) = 2 - 200/x^2.$$

O valor de x positivo que anula a primeira derivada é $x = 10$ e torna a segunda derivada $P''(x) = 400/x^4$ positiva, portanto em $x = 10$ o perímetro será mínimo.

Se $x = 10$, temos $y = 10$ e a diagonal desse retângulo será $d = 10\sqrt{2} \text{ m}$.

5. O preço de custo, por m^2 , do material das faces de uma caixa retangular é de R\$ 50,00 para a base, R\$ 60,00 para a face superior e R\$ 40,00 para as faces laterais. O volume da caixa deve ser de 9 m^3 , e a altura de 1m. Qual o comprimento da base, se a área total da superfície da caixa deve custar o mínimo possível?

Sejam a e b , respectivamente, o comprimento e a largura da caixa.

Como o volume da caixa é 9 m^3 e a sua altura mede 1m, segue que $b = \frac{9}{a}$. Além disso, o custo C de produção da caixa é dado por

$$C = 40 \cdot (2a + 2b) + 60 \cdot ab + 50 \cdot ab \Leftrightarrow C = 80a + 80b + 110ab.$$

Logo, expressando C apenas em função do comprimento a , obtemos

$$C = 80a + 80 \cdot \frac{9}{a} + 110 \cdot 9 \Leftrightarrow C = 80a + \frac{720}{a} + 990.$$

Derivando C , vem

$$C' = 80 - \frac{720}{a^2}.$$

Portanto, o valor de a para o qual C é mínimo é dado por

$$80 - \frac{720}{a^2} = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ m}.$$

6. Uma pessoa foi orientada pelo médico a fazer sessões de fisioterapia e pilates durante um determinado período após o qual passaria por uma nova avaliação. Ela planejou fazer apenas uma dessas atividades por dia, sendo a fisioterapia no turno da manhã e o pilates no turno da tarde.

Sabe-se que, no decorrer desse período,

- houve dias em que ela não fez qualquer das atividades;
- houve 24 manhãs em que ela não fez fisioterapia;
- houve 14 tardes em que ela não fez pilates;
- houve 22 dias em que ela fez ou fisioterapia ou pilates.

Com base nesses dados, Qual foi o período de tratamento?

Sejam n , f e p , respectivamente o número de dias em que a pessoa não fez qualquer das atividades, o número de dias em que ela fez fisioterapia e o número de dias que ela fez pilates. Logo, temos $n+p=24$, $n+f=14$ e $f+p=22$.

Em consequência, somando essas equações, encontramos $2n+2f+2p=60 \Leftrightarrow n+f+p=30$,

7. Sabendo que os números da sequência $(y, 7, z, 15)$ estão em progressão aritmética, quanto vale a soma $y+z$?

Considerando a sequência como uma progressão aritmética, temos:

$$\frac{y+z}{2} = 7 \Rightarrow y+z = 14$$

8. Quais as raízes inteiras da equação $2^{3x} - 7 \cdot 2^x + 6 = 0$?

$$2^{3x} - 7 \cdot 2^x + 6 = 0$$

$$(2^x)^3 - 7 \cdot 2^x + 6 = 0$$

Fazendo $2^x = t$,

$$t^3 - 7t + 6 = 0$$

$$t^3 - t - 6t + 6 = 0$$

$$t \cdot (t^2 - 1) - 6 \cdot (t - 1) = 0$$

$$t \cdot (t-1) \cdot (t+1) - 6 \cdot (t-1) = 0$$

$$(t-1) \cdot (t \cdot (t+1) - 6) = 0$$

$$(t-1) \cdot (t^2 + t - 6) = 0$$

De $t-1=0$,

$$t = 1$$

De $t^2 + t - 6 = 0$,

$$t = 2 \quad \text{ou} \quad t = -3$$

Como $2^x = t$ e $t = 1$ ou $t = 2$ ou $t = -3$,

$$2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow x = 0$$

Ou

$$2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

Ou

$$2^x = -3 \text{ (não há solução real)}$$

Assim, as raízes inteiras da equação $2^{3x} - 7 \cdot 2^x + 6 = 0$ são $x = 0$ e $x = 1$.

9. Uma senha é formada por quatro algarismos distintos ABCD que obedecem às seguintes condições:

I. $A + B + C + D = 11$

II. $A \cdot B \cdot C = 30$

III. $A + B = C$

IV. $A \cdot B = C + D$

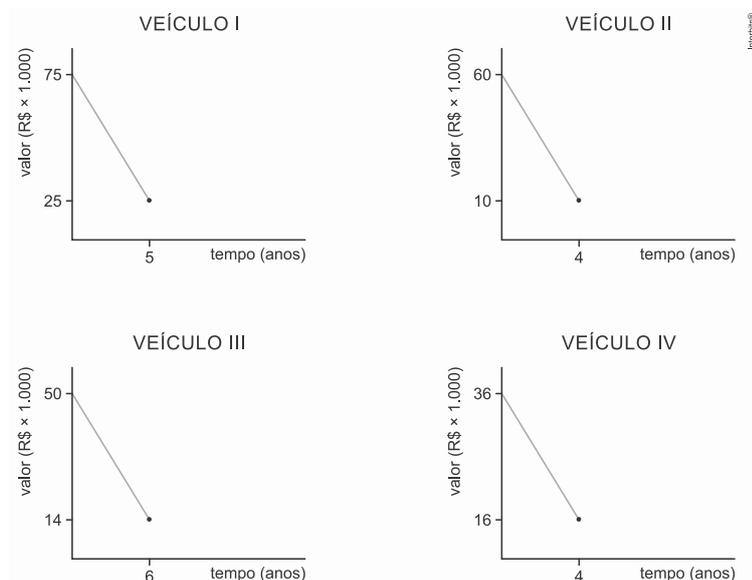
Sabendo que $A < B$, qual o valor de $A + C$?

Se $A + B = C$ e $A + B + C + D = 11$, então $D = 11 - 2C$, com $1 \leq C \leq 5$ e $C \in \mathbb{N}$. Além disso, como

$A \cdot B = C + D$ e $A \cdot B \cdot C = 30$, temos $(C + D) \cdot C = 30$, implicando em $C^2 - 11C + 30 = 0$. Logo, vem $C = 5$ e, portanto, $D = 1$.

Em consequência, temos $A + B = 5$ e $A \cdot B = 6$, donde segue que $A = 2$ e $B = 3$, pois $A < B$. Assim, podemos concluir que $A + C = 2 + 5 = 7$.

10. Os veículos para transporte de passageiros em determinado município têm vida útil que varia entre 4 e 6 anos, dependendo do tipo de veículo. Nos gráficos está representada a desvalorização de quatro desses veículos ao longo dos anos, a partir de sua compra na fábrica.



Com base nos gráficos, qual o veículo que mais desvalorizou por ano?

As taxas de desvalorização anual dos veículos I, II, III e IV foram, respectivamente, iguais a

$$\frac{25 - 75}{5 - 0} = -10,$$

$$\frac{10 - 60}{4 - 0} = -12,5,$$

$$\frac{14 - 50}{6} = -6$$

e

$$\frac{16 - 36}{4} = -5.$$

Portanto, segue que o veículo que mais desvalorizou por ano foi o II.

RACIOCÍNIO LÓGICO (5 pontos)

11. Os sobrenomes de Roy, Edu e Luan são Todeka, Sharifa e Arrabeca, não necessariamente nessa ordem. O de sobrenome Sharifa, que não é o Roy, é mais velho que Luan. O de sobrenome Arrabeca é o mais velho dos três.

Pede-se, então, quais os sobrenomes de Roy, Edu e Luan respectivamente?

O de sobrenome Sharifa, que não é o Roy, é mais velho que Luan. Esta afirmação nos diz que o sobrenome de Edu é Sharifa.

O de sobrenome Arrabeca é o mais velho dos três. Esta informação me diz que o de sobrenome Arrabeca é Roy.

12. Aníbal, Cláudio, Daniel, Rafael e Renato são interrogados na investigação do roubo de uma joia. Sabe-se que apenas um deles cometeu o roubo. No interrogatório, as seguintes falas foram registradas:

Renato: “Aníbal roubou a joia”.

Aníbal: “Cláudio não roubou a joia”.

Rafael: “Daniel roubou a joia”.

Daniel: “Aníbal não roubou a joia”.

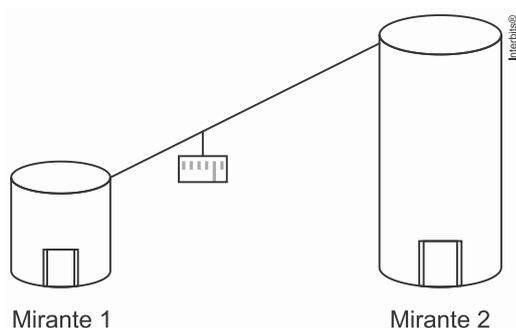
Cláudio: “Renato roubou a joia”.

Se apenas três dos cinco disseram a verdade em sua fala e se quem roubou a joia mentiu na sua fala, então, quem roubou a joia?

Se Renato falou a verdade, então ele não é o ladrão e, assim, Aníbal é o gatuno. Portanto, Aníbal mente e Cláudio é o ladrão, o que é absurdo.

Em consequência, Renato mentiu e Aníbal não roubou a joia. Logo, Aníbal fala a verdade e, portanto, Cláudio não é o ladrão. Mas se Cláudio não roubou a joia, então ele fala a verdade, implicando no fato de que Renato é o ladrão.

13. Em um parque há dois mirantes de alturas distintas que são acessados por elevador panorâmico. O topo do mirante 1 é acessado pelo elevador 1, enquanto que o topo do mirante 2 é acessado pelo elevador 2. Eles encontram-se a uma distância possível de ser percorrida a pé, e entre os mirantes há um teleférico que os liga que pode ou não ser utilizado pelo visitante.



O acesso aos elevadores tem os seguintes custos:

- Subir pelo elevador 1: R\$ 0,15;
- Subir pelo elevador 2: R\$ 1,80;
- Descer pelo elevador 1: R\$ 0,10;
- Descer pelo elevador 2: R\$ 2,30.

O custo da passagem do teleférico partindo do topo mirante 1 para o topo do mirante 2 é de R\$ 2,00, e do topo do mirante 2 para o topo do mirante 1 é de R\$ 2,50.

Qual é o menor custo em real para uma pessoa visitar os topos dos dois mirantes e retornar ao solo?

As opções de trajetos seriam:

Subir pelo elevador 1, pegar o bondinho e descer pelo elevador 2 $\Rightarrow 0,15 + 2 + 2,3 = 4,45$

Subir pelo elevador 2, pegar o bondinho e descer pelo elevador 1 $\Rightarrow 1,8 + 2,5 + 0,10 = 4,40$

Subir pelo elevador 1, descer, subir pelo elevador 2 e descer $\Rightarrow 0,15 + 1,8 + 0,10 + 2,3 = 4,35$

Portanto, o menor custo seria de R\$ 4,35.

14. Considere que:

- a sentença "Nenhum A é B" é equivalente a "Todo A é não B";
- a negação da sentença "Todo A é B" é "Algum A é não B";
- a negação da sentença "Algum A é B" é "Todo A é não B".

Assim sendo, a negação da sentença "Nenhum nefelibata é pragmático" é: (justifique a resposta)

- a) Todo nefelibata é não pragmático.
- b) Todo não nefelibata é pragmático.
- c) Algum nefelibata é pragmático.
- d) Algum não nefelibata é pragmático.
- e) Algum não nefelibata é não pragmático.

Nenhum nefelibata é pragmático"



"Todo nefelibata é não pragmático"



"Algum nefelibata é pragmático"

15. Um estacionamento cobra R\$ 15,00 pela primeira meia hora e R\$ 10,00 por cada meia hora seguinte.

Qual o valor cobrado em reais por N horas, N inteiro, nesse estacionamento?

Nesse caso é preciso escrever a quantidade de “meia horas” contido em N horas. Cada hora possui 2 metades, logo teremos 2N “meia horas” em N horas. Dessas, a primeira custa 15 reais e a demais 10 reais. Assim, pode-se escrever:

$$f(N) = 15 + (2N - 1) \cdot 10$$

$$f(N) = 20N + 5$$

16. Um automóvel trafega 240 km por dia e apresenta um desempenho de 12 km/L, quando utiliza exclusivamente gasolina, ou de 15 km/m³, quando utiliza, exclusivamente, GNV (gás natural veicular).

Assumindo que o preço da gasolina é de R\$ 3,50 por litro, que o preço do GNV é de R\$ 2,00 por m³ e desconsiderando quaisquer outros fatores, determine, corretamente, a quantidade mínima de dias suficiente para que seja possível comprar um celular de R\$ 3.819,00 com a economia gerada pelo uso exclusivo do GNV.

Calculando:

$$\text{Gasolina} \rightarrow \frac{240 \text{ km/dia}}{12 \text{ km/L}} = 20 \text{ litros/dia} \times \text{R\$ } 3,50/\text{m}^3 = \text{R\$ } 70/\text{dia}$$

$$\text{GNV} \rightarrow \frac{240 \text{ km/dia}}{15 \text{ km/m}^3} = 16 \text{ m}^3/\text{dia} \times \text{R\$ } 2,00/\text{m}^3 = \text{R\$ } 32/\text{dia}$$

$$\text{Economia por dia} \rightarrow 70 - 32 = 38 \text{ reais}$$

$$\frac{3.819}{38} = 100,5 \rightarrow 101 \text{ dias}$$

17. Cinco amigos, Ayrton, Emerson, Felipe, Nelson e Rubens, disputaram uma corrida de kart, com somente cinco participantes. Após uma sessão para a “tomada de tempos”, eles largaram na ordem estabelecida por essa sessão. Ao final da corrida e em relação às respectivas posições de largada, Ayrton melhorou uma posição, Emerson piorou duas posições, Felipe e Nelson trocaram de posição. Rubens ganhou a corrida.

Na largada, Rubens ocupava qual posição?

As opções de posicionamento de acordo com as informações das posições de Ayrton, Emerson e Rubens são:

Largada	Final
Emerson	Rubens
B	Ayrton
Ayrton	Emerson
C	
D	

Largada	Final
A	Rubens
Emerson	
C	Ayrton
Ayrton	Emerson
E	

Largada	Final
Emerson	Rubens
B	
C	Emerson
D	Ayrton
Ayrton	

Largada	Final
A	Rubens
Emerson	Ayrton
Ayrton	
D	Emerson
E	

Largada	Final
A	Rubens
B	
Emerson	Ayrton
Ayrton	
E	Emerson

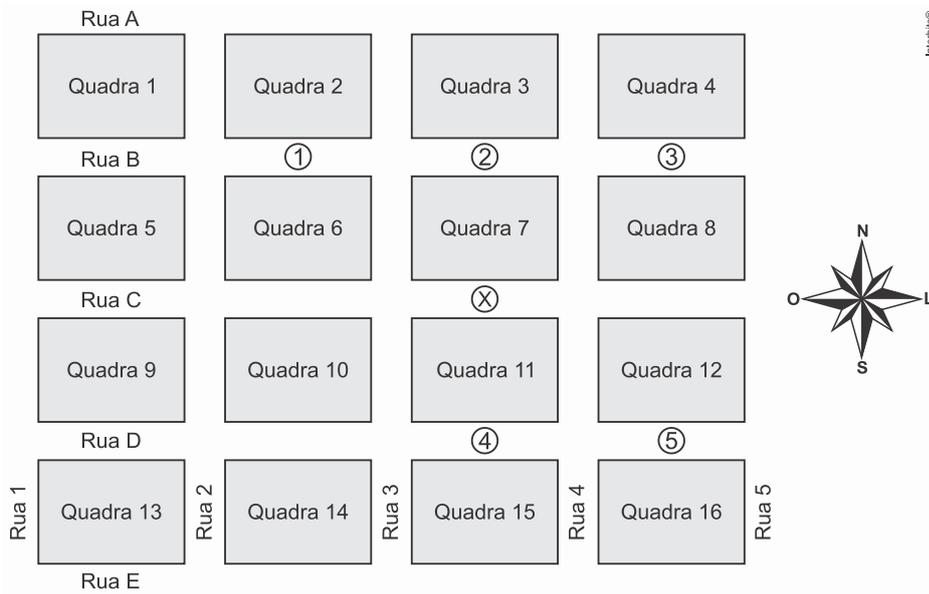
Largada	Final
A	Rubens
B	
Emerson	
D	Ayrton
Ayrton	Emerson

Como Felipe e Nelson trocaram de posição, suas respectivas posições não devem permutar com o posicionamento dos outros três participantes. Assim, a única opção válida de posicionamento será:

Largada	Final
Emerson	Rubens
Rubens	Ayrton
Ayrton	Emerson
C	D
D	C

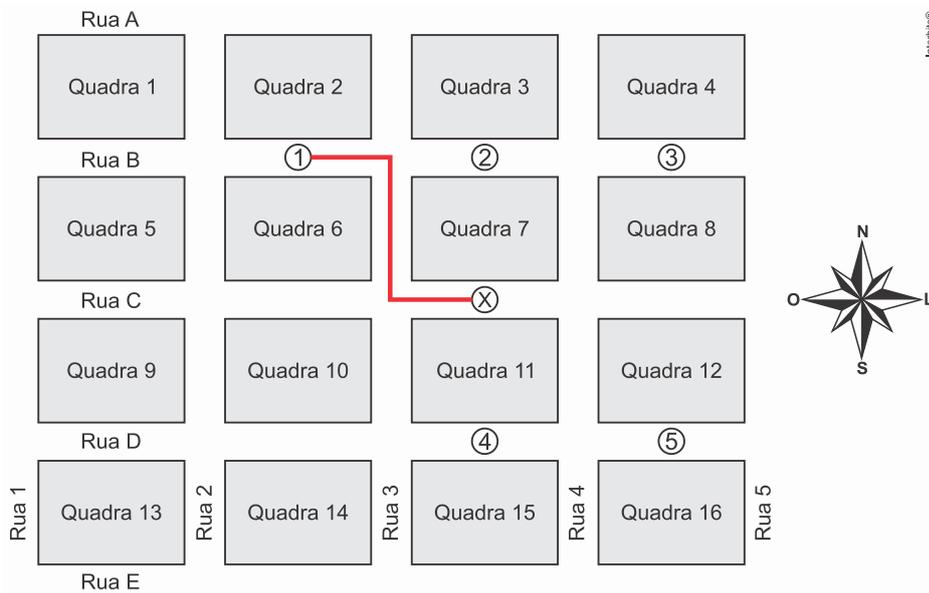
Onde Felipe e Nelson ocupam as posições C e D (não há como precisar qual ocupa qual, apenas que elas se invertem na chegada).

18. Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



Qual o ponto que representa a padaria?

Seguindo as instruções do amigo, tem-se:



19. O custo de uma corrida de táxi é constituído por um valor inicial C_0 (bandeirada), fixo, mais um valor que varia proporcionalmente à distância d percorrida nessa corrida (em quilômetros). Em Recife, por exemplo, os dados para o cálculo do valor a ser pago numa corrida são os seguintes:

Tabela de Corrida de Táxi		
Bandeirada	Comum: R\$ 4,32	Especial: R\$ 5,24
Quilômetro Rodado	R\$ 2,10 (bandeira 1) ou R\$ 2,54 (bandeira 2)	R\$ 2,55 (bandeira 1) ou R\$ 3,05 (bandeira 2)
Outras taxas:		
Tempo parado	R\$ 14,87 por hora	R\$ 14,87 por hora
Volume transportado	R\$ 0,22 por volume	R\$ 0,22 por volume
Taxa de atendimento personalizado	R\$ 4,32	R\$ 4,32

Ao sair do supermercado com 10 volumes de compras, Lucas pagou R\$ 52,25 por uma corrida comum, na bandeira 2, até sua residência. Se Ian, em atendimento personalizado, saiu de um hotel numa corrida especial na bandeira 2 e fez um percurso de 6 km a mais que Lucas, quanto ele pagou pela corrida?

Gabarito:

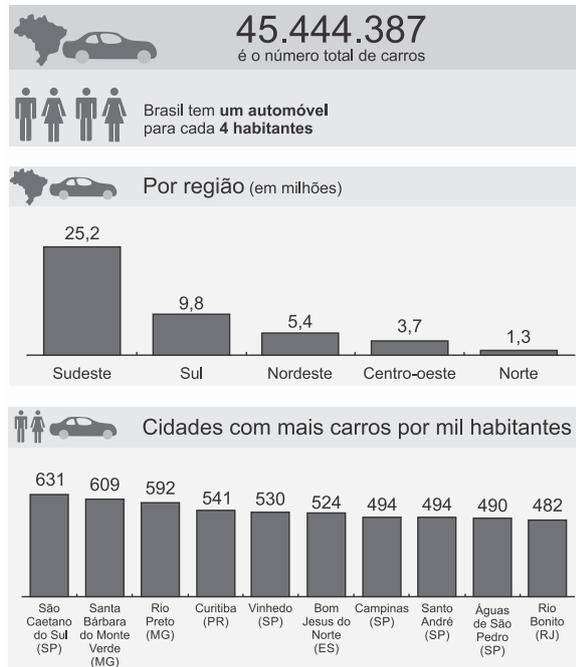
$$\text{Lucas} \rightarrow 10 \cdot 0,22 + 4,32 + 2,54x = 52,25 \rightarrow x = 18 \text{ km}$$

$$\text{Ian} \rightarrow x + 6 = 18 + 6 = 24 \text{ km}$$

$$5,24 + 3,05 \cdot 24 + 4,32 = 82,76 \text{ reais}$$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
 Leia o infográfico para responder à(s) questão(ões).

Frota de carros no Brasil em 2013



<<http://tinyurl.com/olpzuro>> Acesso em: 28.07.2015. Original colorido. Adaptado.

20. Admita que, em 2013, Águas de São Pedro (SP) possuía 4.000 habitantes e Vinhedo (SP), 70.000 habitantes. Assim, qual o número de carros que a cidade de Vinhedo possuía a mais que a cidade de Águas de São Pedro?

Calculando:

$$\text{Águas de São Pedro} \rightarrow 490 \text{ carros / mil hab.} \rightarrow \frac{4000 \text{ hab.}}{1000} \cdot 490 \text{ carros} = 1960 \text{ carros}$$

$$\text{Vinhedo} \rightarrow 530 \text{ carros / mil hab.} \rightarrow \frac{70000 \text{ hab.}}{1000} \cdot 530 \text{ carros} = 37100 \text{ carros}$$

Assim, a cidade de Vinhedo possuía $37100 - 1960 = 35140$ carros a mais que a cidade de Águas de São Pedro.